Profesor:
Fortunato Mendoza

PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

NÚMEROS RACIONALES

NÚMEROS FRACCIONARIOS Y NÚMEROS DECIMALES

NÚMEROS RACIONALES

NÚMERO FRACCIONARIO

Son aquellos números de la forma:

$$\boxed{f = \frac{A}{B}}$$

A: numerador

B: denominador

Donde A y B son números enteros y B$\neq 0$

CLASIFICACIÓN DE FRACCIONES

Consideraremos a los términos de las fracciones como enteros positivos.

Sea la fracción: $f = \dfrac{A}{B}$

1. **Por la comparación de su valor respecto de la unidad**

a) **Propia .-** Cuando A$< B \; o \; f < 1$

Ejemplo: $\dfrac{8}{15}; \dfrac{12}{27}; \dfrac{15}{25}$

b) **Impropia.-** Cuando A$> B \; o \; f > 1$

Ejemplo: $\dfrac{25}{9}; \dfrac{18}{15}; \dfrac{35}{21}$

2. Por los divisores comunes de sus términos

a) Irreductible.- Cuando A y B son PESI

Ejemplo: $\frac{8}{15}; \frac{25}{9}; \frac{15}{34}$

b) Reductible.- Cuando A y B no son PESI

Ejemplo: $\frac{18}{15}; \frac{21}{35}; \frac{45}{60}$

FRACCIONES EQUIVALENTES

Una fracción es equivalente a otra, cuando tienen distinta representación, pero provienen de una misma fracción irreductible.

Ejemplo:

Sea la función irreductible :

$$f_i = \frac{2}{3} \rightarrow f_e = \frac{2k}{3k} \; ; \; k \in Z - \{ 0 \}$$

Dando valores a k

$$\underbrace{\ldots\ldots = \frac{-4}{-6} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \ldots\ldots}_{\text{fracciones equivalentes}}$$

NÚMEROS RACIONALES

PROPIEDAD

Dada dos fracciones irreductibles $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$

Si $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = k$; $(k \in Z)$

entonces: $b = d$

DIVISIBILIDAD DE FRACCIONES

Dadas las fracciones $f_1 = \frac{a}{b}$ y $f_2 = \frac{c}{d}$

Si se cumple: $\frac{f_1}{f_2} = k$; $(k \in Z)$

entonces f_1 es divisible entre f_2

MCD Y MCM DE FRACCIONES

Sean las fracciones irreductibles:

$f_1 = \frac{a_1}{b_1}$; $f_2 = \frac{a_2}{b_2}$; $f_3 = \frac{a_3}{b_3}$

Se cumple:

$$\boxed{MCD(f_1; f_2; f_3) = \frac{MCD(a_1; a_2; a_3)}{MCM(b_1; b_2; b_3)}}$$

También:

$$\boxed{MCM(f_1; f_2; f_3) = \frac{MCM(a_1; a_2; a_3)}{MCD(b_1; b_2; b_3)}}$$

CLASE DE EQUIVALENCIA

Una clase de equivalencia es un conjunto cuyos elementos son fracciones equivalentes.

Ejemplo: $\left\{\ldots;\frac{-4}{-6};\ \frac{-2}{-3};\ \frac{2}{3};\ \frac{4}{6};\ \ldots\right\}$

donde cualquiera de los elementos puede ser tomado como un representante de la clase, por ejemplo: $\frac{4}{6}$ y la notación sería así:

$$\left[\frac{4}{6}\right]=\left\{\ldots;\frac{-4}{-6};\ \frac{-2}{-3};\ \frac{2}{3};\ \frac{4}{6};\ \ldots\right\}$$

En una clase de equivalencia de los infinitos representantes que tiene, hay uno en particular cuyos términos son primos entre sí (fracción irreductible), el cual es denominado representante canónico.

Del ejemplo anterior

$$\left[\frac{2}{3}\right]=\left\{\ldots;\frac{-4}{-6};\ \frac{-2}{-3};\ \frac{2}{3};\ \frac{4}{6};\ \ldots\right\}$$

GRÁFICA DE UNA CLASE DE EQUIVALENCIA

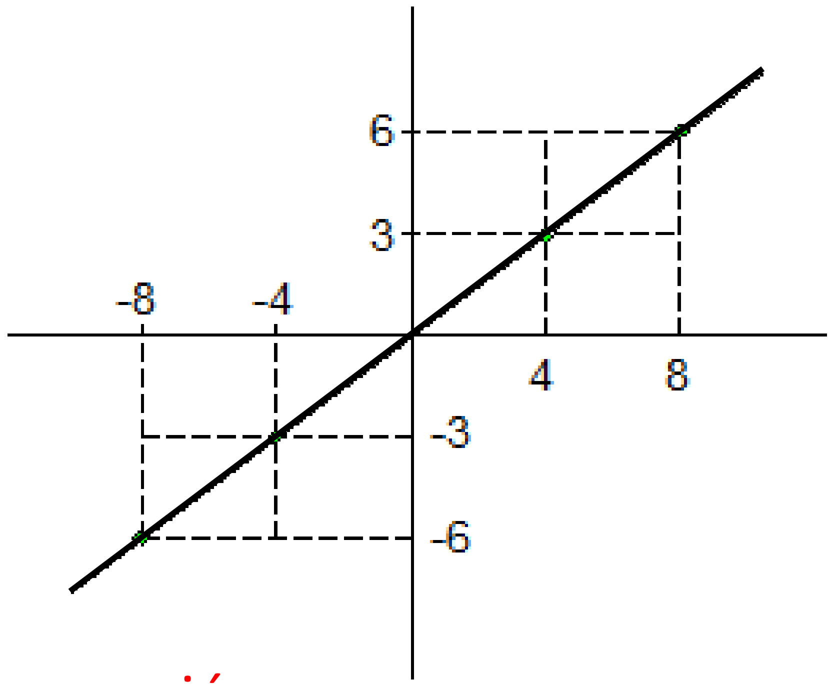
Ejemplo: Sea la clase

$$\left[\frac{4}{3}\right]=\left\{\ldots;\frac{-8}{-6};\frac{-4}{-3};\frac{4}{3};\frac{8}{6};\ \ldots\right\}$$

Para realizar la gráfica a cada elemento lo consideramos como un par ordenado donde el numerador será la abscisa y el denominador será la ordenada, es decir:

$$\frac{-8}{-6}=(-8;-6) \qquad \frac{-4}{-3}=(-4;-3)$$

$$\frac{4}{3}=(4;3) \qquad \frac{8}{6}=(8;6)$$



Observación:

La gráfica de una clase de equivalencia $\left[\frac{a}{b}\right]$ son puntos discontinuos colineales que pertenecen a una recta que pasa por el origen cuya pendiente es $\frac{b}{a}$.

NÚMEROS RACIONALES

DEFINICIÓN

El conjunto de los números racionales es aquel cuyos elementos son las clases de equivalencia. Notación Q

Es decir: $Q = \left\{ \left[\frac{a}{b}\right] / (a,b) \in Z . Z^{*} \right\}$

Donde:

$Z = \{. . . -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; . . .\}$

$Z^{*} = \{. . . -3; -2; -1; 1; 2; 3; . . .\}$

$\left[\frac{a}{b}\right]$: número racional

Observaciones:

1. El conjunto Q es un conjunto de conjuntos, donde cada número racional (clase) tiene infinidad de representantes.

2. De manera práctica cuando hablemos del número racional $\left[\frac{2}{3}\right]$, diremos simplemente: $\frac{2}{3}$ (omitiremos el corchete)

NÚMEROS N-AVALES

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS N-AVALES

$$f = \frac{A}{B} \begin{cases} \text{Exacto} \\ \text{Periódico Puro} \\ \text{Periódico Mixto} \end{cases}$$

I. NÚMERO N-AVAL EXACTO

Ejemplos:

$$\text{En base } 10 = 2.5 \begin{cases} \dfrac{7}{2^3} = 0{,}875 \\ \dfrac{4}{5^2} = 0{,}16 \\ \dfrac{417}{2^5 . 5^3} = 0{,}10425 \end{cases}$$

$$\text{En base } 6 = 2.3 \begin{cases} \dfrac{5}{2^4} = 0{,}abcd_{(6)} \\ \dfrac{4}{3^3} = 0{,}abc_{(6)} \\ \dfrac{13}{2^3 . 3^4} = 0{,}mnpq_{(6)} \end{cases}$$

NÚMEROS RACIONALES

II. NÚMERO N-AVAL PERIÓDICO PURO

Ejemplos:

En base 10

* $\dfrac{5}{11} = 0,\overset{\frown}{45}$

OBS.: $\begin{array}{r|l} 99 & 11 \\ \hline - & 9 \end{array}$

* $\dfrac{4}{27} = 0,\overset{\frown}{148}$

OBS.: $\begin{array}{r|l} 999 & 27 \\ \hline - & 37 \end{array}$

En base 6

* $\dfrac{1}{7} = 0,\overset{\frown}{ab}_{(6)}$

$\begin{array}{r|l} 55_{(6)} & 7 \\ \hline - & 5 \end{array}$

* $\dfrac{27}{43} = 0,\overset{\frown}{abc}_{(6)}$

$\begin{array}{r|l} 555_{(6)} & 43 \\ \hline - & 5 \end{array}$

III. PARA NÚMEROS N-AVALES PERIÓDICOS MIXTOS

Ejemplos:

En base 10

* $\dfrac{23}{2^3.11} = 0,261\overset{\frown}{36}$

* $\dfrac{47}{5^2.27} = 0,06\overset{\frown}{962}$

* $\dfrac{193}{2^4.5^2.11} = 0,0438\overset{\frown}{63}$

En base 6

* $\dfrac{19}{2^3.7} = 0,abc\overset{\frown}{mn}_{(6)}$

* $\dfrac{71}{2^2.3.43} = 0,ab\overset{\frown}{xyz}_{(6)}$

NÚMEROS RACIONALES

DESCOMPOSICIÓN DE LOS NÚMEROS N-AVALES

$$0,abcd = \frac{a}{10} + \frac{b}{10^2} + \frac{c}{10^3} + \frac{d}{10^4}$$

$$0,abcd_{(n)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + \frac{d}{n^4}$$

$$0,\overset{\frown}{34} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \ldots$$

$$0,\overset{\frown}{21}_{(5)} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \ldots$$

$$0,4\overset{\frown}{23}_6 = \frac{4}{6} + \frac{2}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \frac{2}{6^4} + \frac{3}{6^5} + \ldots$$

CONVERSIÓN DE N-AVAL A FRACCIÓN

Caso 1: Para n-aval exacto

Ejemplos:

* $0,435 = \dfrac{435}{1\,000}$

* $0,2134_{(6)} = \dfrac{2134_{(6)}}{10000_{(6)}}$

NÚMEROS RACIONALES

Caso 2: Para n-aval periódico puro

Ejemplos:

* $0,\widehat{421} = \dfrac{421}{999}$

* $0,\widehat{3121}_{(6)} = \dfrac{3121_{(6)}}{5555_{(6)}}$

Caso 3: Para n-aval periódico mixto

Ejemplos:

* $0,18\widehat{273} = \dfrac{18273 - 182}{99000}$

* $0,23\widehat{431}_{(6)} = \dfrac{23431_{(6)} - 23_{(6)}}{55500_{(6)}}$

FRACCIONES CONTINUAS SIMPLES

Son fracciones, expresadas de la siguiente forma :

Ejemplos :

* $F_1 = 3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{4}}} = [3; 2; 5; 4]$

F_1 es una fracción continua simple finita

* $F_2 = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \ddots}}}} = [1;1;2;1;2;...]$

F_2 es una fracción continua simple infinita

NÚMEROS RACIONALES

En general

$$F = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \ddots \cfrac{1}{a_n}}} = [a_0; a_1; a_2; \ldots a_n]$$

donde : $a_0 \in Z$; $a_1 \in Z^+$; $i \geq 1$

Teorema

Todo número racional puede ser expresado como una fracción continua simple finita

Teorema

Todo número irracional puede ser expresado como una fracción continua simple infinita

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. La cantidad de fracciones positivas; propias e irreductibles del denominador 180 es:

A) 18 **B) 36** **C) 48**

D) 54 **E) 60**

Resolución

Sea $f_{PI} = \frac{k}{180}$

Por ser propia: k < 180

Por ser irreductible: k y 180 son PESI

Se cumple:

La cantidad de valores de k $= \emptyset_{(180)}$

$180 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^1$

$\emptyset_{(180)} = 2^1(1)\; 3^1(2) \,.\, 5^0(4) = 48$

Rpta: 48 **Clave: C**

PROBLEMAS

2. ¿Cuántas parejas de fracciones irreductibles de términos positivos $\frac{p}{9}$ y $\frac{q}{t}$ suman 3?

A) 5 **B) 6** **C) 8**

D) 9 **E) 11**

Resolución

Como $\frac{p}{9}$ y $\frac{q}{t}$ son irreductibles

Además $\frac{p}{9} + \frac{q}{t} = 3$ ……(1)

Por propiedad 9 = t

En (1) p + q = 27 ; $p \neq \dot{3}$

p	q
1	26
2	25
4	23
5	22
7	20
.	.
.	.
13	14

9 soluciones

$p \neq 3; 6; 9; 12$

Clave: D

3. La cantidad de fracciones propias de la forma $\frac{\overline{ab}}{75}$ que son irreductibles, es:

A) 30 **B) 35** **C) 40**

D) 45 **E) 60**

Resolución

Sea $f_{PI} = \frac{\overline{ab}}{75}$

Se cumple

$\overline{ab} < 75$

$\overline{ab}$ y 75 son PESI

Como 75 = 3 . 5^2 $\rightarrow$ $\overline{ab} \neq \dot{3}$ y $\dot{5}$

1°) $\emptyset_{(75)} = 3^0(2)\ 5^1(4) = 40$

2°) Los 40#s son:

$1; 2; 4; 7; 8; \underbrace{11; 13; 14; 16; \ldots; 74}_{Valores\ de\ \overline{ab}} \rightarrow 40\#s$

Luego $\overline{ab}$ toma: 40 – 5 = 35 valores

Rpta: 35 **Clave: B**

4. Determine la suma

$$S = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \cdots + \frac{1}{1720}$$

A) 1 **B) 42/43** **C) 14/43**

D) 5/21 **E) 8/21**

Resolución

$$S = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \cdots + \frac{1}{1720}$$

$$S = \frac{1}{1*4} + \frac{1}{4*7} + \frac{1}{7*10} + \frac{1}{10*13} + \cdots + \frac{1}{40*43}$$

Multiplicando por 3

$$3S = \frac{3}{1*4} + \frac{3}{4*7} + \frac{3}{7*10} + \frac{3}{10*13} + \cdots + \frac{3}{40*43}$$

$$3S = (1 - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{7}) + (\frac{1}{7} - \frac{1}{10}) + \cdots + (\frac{1}{40} - \frac{1}{43})$$

$$3s = 1 - \frac{1}{43} = \frac{42}{43} \rightarrow S = \frac{14}{43}$$

Clave: C

5. Se sabe que la fracción $\frac{\overline{45a}}{\overline{a60}}$ es propia e irreductible, ¿Cuántas fracciones equivalentes a dicha fracción, existen tales que la diferencia de sus términos sea un número de 3 cifras?

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) más de 4

Resolución

Sea tiene $f_{PI} = \frac{\overline{45a}}{\overline{a60}}$

Se cumple:

$\overline{45a} < \overline{a60}$

$\overline{45a}\ y\ \overline{a60}\ son\ PESI$

Observación: a = 7

Reemplazando: $f_{PI} = \frac{457}{760} \longrightarrow f_E = \frac{457k}{760k}$

Dato: 303k = $\overline{abc}$

Luego: k = 1; 2; 3 $\longrightarrow$ 3 valores

Rpta: 3 **Clave: C**

PROBLEMAS

6. Indicar el valor de verdad de los siguientes enunciados:

I. Entre dos números racionales diferentes existen infinitos números racionales.

II. La suma de dos números irracionales pueden ser un numero racional.

III. $7\pi - 22 = 0$

A) VFV **B) FFV** **C) FVF**

D) VVF **E) VVV**

Resolución

I. (V)

II. (V)

Por ejemplo: $Sea \quad a = 4 + \sqrt{2}$

$b = 3 - \sqrt{2}$

$\rightarrow$ a + b = 7 (racional)

III. (F)

Si $7\pi - 22 = 0 \rightarrow \pi = \dfrac{22}{7}$ (racional)

Pero π = 3,14... es un # irracional

Rpta: VVF

Clave: D

PROBLEMAS

7. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\left[\frac{2}{3}\right] \cap \left[\frac{3}{2}\right] = \emptyset$

II. $\gamma\, x\, \frac{2}{3} \in \left[\frac{2}{3}\right], \forall\, \gamma \in \mathbf{Z}$

III. $\frac{1}{2} \notin \left[\frac{3}{4}\right]$

A) VVV **B) VVF** **C) FVV**
D) VFV **E) VFF**

Resolución

I. (V)

$$\left[\frac{2}{3}\right] \cap \left[\frac{3}{2}\right] = \emptyset\ ;$$

porque no tienen elementos comunes

II. (F)

Si $\gamma \text{ x } \frac{2}{3} \in \left[\frac{2}{3}\right]$, entonces

$$\gamma \cdot \frac{2}{3} \in \left\{\dots;\ \frac{-4}{-6};\ \frac{-2}{-3};\ \frac{2}{3};\ \frac{4}{6};\ \frac{6}{9};\ \dots\right\}$$

Solo cumple para $\gamma = 1$

$\longrightarrow$ No cumple para todos los enteros

III. (V)

$$\frac{1}{2} \notin \left[\frac{3}{4}\right] = \left\{\dots;\ \frac{-6}{-8};\ \frac{-3}{-4};\ \frac{3}{4};\ \frac{6}{8};\ \dots\right\}$$

Rpta: VFV

Clave: D

PROBLEMAS

8. Si: $\dfrac{\overline{\boldsymbol{a5}}}{\overline{\boldsymbol{bc}}} = [\mathbf{1};\mathbf{1};\mathbf{1};\mathbf{3};\boldsymbol{a}]$

Hallar: a + b + c

A) 7 **B) 8** **C) 9**

D) 10 **E) 11**

Resolución

$$Dato: \quad \frac{\overline{a5}}{\overline{bc}} = [1;1;1;3;a]$$

Por el algoritmo de Euclides

	1	1	1	3	a	
$\overline{a5}$	$\overline{bc}$	(4a+1)k	(3a+1)k	ak	k	→ MCD
	(4a+1)k	(3a+1)k	ak	k	0	

Luego: $\overline{bc} = (7a+2)k$

$\overline{a5} = (11a+3)k$

Observación a = 2 ; k = 1

$\overline{bc}$ = 16 → b = 1 ; c = 6

a + b + c = 9

Clave: C

9. Determine el número irracional que da origen a: $[3; \overline{4; 2}]$

Hallar: a + b + c

A) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ **B)** $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ **C)** $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$

D) $\frac{4+\sqrt{6}}{2}$ **E)** $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$

Resolución

$$Sea\ \ x = [3; \overline{4; 2}]$$

$$x = 3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \ldots}}}}} \rightarrow x - 3 = \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \ldots}}}}}$$

$$x - 3 = \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + x - 3}} \rightarrow x - 3 = \frac{x-1}{4x-3}$$

$$2x^2 - 8x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2}$$

Cumple para $x = \frac{4+\sqrt{6}}{2}$

Clave: D

PROBLEMAS

10. Determine la cantidad de cifras no periódicas de:

$$f = \frac{51200}{64! - 32!}$$

A) 20 **B) 21** **C) 19**

D) 23 **E) 24**

Resolución

$$f = \frac{51200}{64! - 32!} = \frac{2^{11} \,.\, 5^{2}}{32!\,(33 * 34 * \ldots * 64 - 1)}$$

$$f = \frac{2^{11} \,.\, 5^{2}}{32!\,(\ldots.9)}$$

32 | 2
16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1

32 | 5
6 | 5
1

$Luego$:

$$f = \frac{2^{11} \,.\, 5^{2}}{2^{31}\,.5^{7}\,.Q\,(\ldots..9)} = \frac{1}{2^{20}\,.5^{5}\,.Q\,(\ldots..9)}$$

Rpta: 20 **Clave: A**

PROBLEMAS

11. Hallar la ultima cifra del desarrollo decimal de:

$$f = \frac{4000 \ x\ 2^{17}}{5^{313}\ x\ 8}$$

$A)$ **2** **B) 4** **C) 5**

D) 8 **E) 6**

Resolución

$$f = \frac{4000\ x\ 2^{17}}{5^{313}\ x\ 8} = \frac{2^5\ .\ 5^3 .\ 2^{17}}{5^{313}\ .2^3}$$

$$f = \frac{2^{19} . 2^{310}}{5^{310} . 2^{310}} = \frac{2^{329}}{10^{310}}$$

$$\text{Como } 2^4 = 16 \longrightarrow 2^{4k} = ...6$$

$$\text{Luego } 2^{329} = (2^4)^{82}\ .\ 2^1 = (...6)2 = \ ...2$$

$$f = \frac{.....2}{10^{310}} = 0, \underbrace{..........2}_{\text{310 cfs}}$$

Rpta: 2 **Clave: A**

PROBLEMAS

12. Si: F = $\frac{1}{40^{2n} x\, 28^{n+2}}$ genera 60 cifras en la parte no periódica. Calcule la suma de cifras del periodo que genera la fracción ($\frac{n-3}{n}$)

A) 31 **B) 30** **C) 29**

D) 28 **E) 27**

Resolución

$$f = \frac{1}{40^{2n}\ x\ 28^{n+2}} \rightarrow \text{60 cifras en la parte no periódica}$$

$$f = \frac{1}{2^{8n+4} . 5^{2n} . 7^{n+2}} \rightarrow 8n + 4 = 60 \rightarrow n = 7$$

Luego: $$\frac{n-3}{n} = \frac{4}{7} = 0,\overset{\frown}{571428}$$

Piden: $5 + 7 + 1 + 4 + 2 + 8 = 27$

Clave: E

13. Determine la suma de cifras del periodo originado por la siguiente fracción:

$$\frac{23}{370370370\ldots037}$$

A) 12 **B) 18** **C) 72**

D) 9 **E) 144**

Resolución

$$Sea\ \ F = \frac{23}{370370370\ldots037} * \frac{27}{27}$$

$$F = \frac{621}{999999\ldots.999} = 0,\overline{00\ldots.00621}$$

$\text{Piden: } 6 + 2 + 1 = 9$ **Clave: D**

PROBLEMAS

14. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. La fracción 12/60 genera un decimal periódico mixto.
II. Si la fracción irreductible a/b genera un decimal exacto, entonces b es par.
III. Si la fracción irreductible a/b genera un decimal periódico puro entonces b es PESI con 10.

A) VVV	**B) FFF**	**C) VFV**
D) FFV	**E) FVF**	

Resolución

I. (F)

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

II. (F)

$$\text{Ejemplo: } \frac{3}{25} = 0{,}12$$

III. (V)

Rpta: FFV

Clave: D

15. Si “a” y “b” son números naturales, donde:

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3,06666\ldots$$

Calcule la suma de los valores de “a”

A) 42 **B) 48** **C) 45**

D) 40 **E) 49**

Resolución

a ; b ∈ ℕ

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3,0\hat{6} \longrightarrow \frac{5a+9b}{45}=\frac{306-30}{90}$$

5a + 9b = 138

5a	9b
24	2
15	7
6	12

Piden: $24+15+6=45$

Clave: C

PROBLEMAS

16. Calcular la suma de las dos últimas cifras del periodo originado por la fracción 8/23.

A) 4 **B) 5** **C) 6**

D) 7 **E) 8**

Resolución

Sea $\frac{8}{23} = 0,\overset{\frown}{ab \ldots xy}$

$$\frac{8}{23} = \frac{\overline{ab \ldots xy}}{99 \ldots 99} \longrightarrow \ldots 92 = 23 \, . \, \overline{ab \ldots xy}$$

Se cumple

$$\begin{array}{r} \overline{x\,y} \; * \\ 2\;3 \\ \hline .\;1\;2 \\ .\;.\;8\;\; \\ \hline .\;.\;9\;2 \end{array}$$

$y = 4$

$x = 0$

Piden: $x + y = 4$

Clave: A

17. Si se cumple que:

$$\overline{abc},32_8 = 342,\overline{xyzmn}_6$$

Calcular:

M = (x + y + z + m + n) – (a + b + c)

A) 6 **B) 11** **C) 10**

D) 13 **E) 8**

Resolución

Se tiene

$\overline{abc},32_8 = 342,\overline{xyzmn}_6$

Se cumple $\overline{abc}_8 = 342_6$ ....(1)

$0,32_8 = 0,xyzmn_6$ ....(2)

De (1) $\overline{abc}_8 = 134 = 206_8$

De (2) $0,32_8$ $a\ base$ 6

$$0,32_8 = \frac{32_8}{100_8} = \frac{26}{64} = \frac{13}{32}$$

Dividiendo en base 6

$$\begin{array}{l|l} 13 \,{*6} & 32 \\ \cline{2-2} 78 & 0,22343 \\ 14 \,{*6} & \\ 84 & \\ 20 \,{*6} & \\ 120 & \\ 24 \,{*6} & \\ 144 & \\ 16 \,{*6} & \\ 96 & \\ 0 & \end{array}$$

$Luego$

$0,32_8 = 0,22343_6$

$Piden$:

$M = (x + y + z + m + n) - (a + b + c)$

$M = 14 - 8 = 6$

Clave: A

PROBLEMAS

18. Calcular un número decimal periódico mixto tal que su parte no periódica sea 20 veces la parte periódica y su generatriz sea una fracción propia irreductible con 2200 en el denominador.

A) 0,3001515.... B) 0,6003030... C) 0,8004040... D)0,4809494... E) 0,9004545...

Resolución

Sea $f_{PI} = \frac{N}{2200}$

$Como\ 2200 = 2^3 . 5^2 . 11 \rightarrow \begin{cases} Pto.no\ periodica: 3\ cifras \\ Pto.periodica: 2\ cifras \end{cases}$

Luego $f_{PI} = \frac{N}{2200} = 0{,}abc\widehat{xy}$

Dato: $\overline{abc} = 20\overline{xy}$

$$\frac{N}{2200} = \frac{\overline{abcxy} - \overline{abc}}{99000} \rightarrow \frac{N}{2200} = \frac{99\overline{abc} + \overline{xy}}{99000}$$

$$N = \frac{1981\ \overline{xy}}{45} \rightarrow \overline{xy} = \dot{45} \rightarrow \overline{xy} = 45 \ ;\ \overline{abc} = 900$$

El decimal es: $0{,}900\widehat{45}$

Clave: E

PROBLEMAS

19. Se considera una fracción irreductible menor que la unidad, cuyo numerador y denominador tienen ambos dos cifras, esta fracción generatriz da origen a un número decimal periódico mixto de tres cifras en el período y al 8 como cifra no periódica. ¿Cuál es el numerador de la mayor fracción posible?

A) 35 **B) 45** **C) 49** **D) 52** **E) 65**

<u>**Resolución**</u>

Sea $f_{PI} = \dfrac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = 0{,}8\widehat{xyz}$

Observación $\overline{cd} = \begin{cases} 2^1.27 = 54 \\ 2^1.37 = 74 \end{cases}$

$* \; Si \; \overline{cd} = 54 \longrightarrow \dfrac{\overline{ab}}{54} = 0{,}8\widehat{xyz} \; ; \; \overline{ab} \neq \dot{2}; \; \dot{3}$

Se cumple $\quad 0{,}8 < \dfrac{\overline{ab}}{54} < 0{,}9$

$43{,}2 < \overline{ab} < 48{,}6 \longrightarrow \overline{ab} = 47$

$* \; Si \; \overline{cd} = 74 \longrightarrow \dfrac{\overline{ab}}{74} = 0{,}8\widehat{xyz} \; ; \; \overline{ab} \neq \dot{2}; \; \dot{37}$

Se cumple

$0{,}8 < \dfrac{\overline{ab}}{74} < 0{,}9 \longrightarrow 59{,}2 < \overline{ab} < 66{,}6$

$\overline{ab} = 61; 63; 65 \longrightarrow \overline{ab} = 65$

Comparando $\dfrac{47}{54}$ y $\dfrac{65}{74}$

$\dfrac{47}{54} = 0{,}8\widehat{703} \quad ; \quad \dfrac{65}{74} = 0{,}8\widehat{783}$

Luego la mayor fracción es : $\dfrac{65}{74}$

Rpta: 65

Clave: E

20. Obtener el equivalente de:

$$N = \frac{1}{7} + \frac{2}{49} + \frac{1}{343} + \frac{2}{2401} + \frac{1}{16807} + \cdots$$

A) 5/16 **B) 3/16** **C) 4/21**

D) 7/16 **E) 9/16**

Resolución

Se tiene:

$$N = \frac{1}{7} + \frac{2}{49} + \frac{1}{343} + \frac{2}{2401} + \frac{1}{16807} + \cdots$$

$$N = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \frac{1}{7^5} + \cdots$$

$$N = 0,\widehat{12}_{(7)} = \frac{12_{(7)}}{66_{(7)}} = \frac{9}{48}$$

$$N = \frac{3}{16}$$

Clave: B

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS